ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2008

3 Fra le casseruole, di forma cilindrica, aventi la stessa superficie S (quella laterale più il fondo) qual è quella di volume massimo?

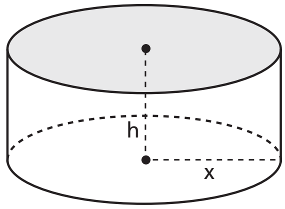
Copyright © 2016 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Graziella Barozzi e Anna Trifone

3 Nella figura 13 si considera una casseruola di forma cilindrica con base di raggio x e altezza h. La superficie S (quella laterale più il fondo) ha espressione:

$$S = \pi x^2 + 2\pi x \cdot h.$$

Considerata la superficie S costante, ricaviamo h in funzione di x:

$$h = \frac{S}{2\pi x} - \frac{x}{2}.$$



▲ **Figura 13.**

Calcoliamo il volume V della casseruola:

$$V = \pi x^2 h = \pi x^2\left(\frac{S}{2\pi x} - \frac{x}{2}\right) = \frac{S}{2}x - \frac{\pi}{2}x^3.$$

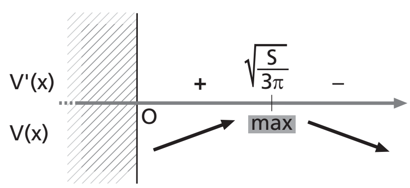
Consideriamo la funzione $V = \frac{S}{2}x - \frac{\pi}{2}x^3$, ricaviamo la sua derivata prima V' e studiamone il segno, tenendo conto del limite geometrico $x > 0$:

$$V' = \frac{S}{2} - \frac{3}{2}\pi x^2,$$

$$V' > 0 \rightarrow \frac{S}{2} - \frac{3}{2}\pi x^2 > 0 \rightarrow -\sqrt{\frac{S}{3\pi}} < x < \sqrt{\frac{S}{3\pi}} \rightarrow 0 < x < \sqrt{\frac{S}{3\pi}}$$, soluzione accettabile.

Nella figura 14 è riportato il quadro del segno della derivata prima.

▼ **Figura 14.**



Il volume V ha un massimo per $x = \sqrt{\frac{S}{3\pi}}$ e il valore è:

$$V_{\max} = \frac{S}{2}\sqrt{\frac{S}{3\pi}} - \frac{\pi}{2}\cdot\frac{S}{3\pi}\sqrt{\frac{S}{3\pi}} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)S\sqrt{\frac{S}{3\pi}} =$$

$$= \frac{S}{3}\sqrt{\frac{S}{3\pi}}.$$

Copyright © 2016 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Graziella Barozzi e Anna Trifone