

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2006**

- 10** La funzione $f(x) = a \sin x + b \cos x$ ha un estremo relativo per $x = \frac{4\pi}{3}$ ed è $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 1$. Si trovino a e b e si dica qual è il periodo di $f(x)$.

10 La derivata prima della funzione è:

$$f'(x) = a \cos x - b \sin x$$

che deve annullarsi per $x = \frac{4}{3}\pi$ per la condizione necessaria di estremo relativo, per cui:

$$f'\left(\frac{4}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b = 0.$$

Inoltre per $x = \frac{2}{3}\pi$ la funzione deve valere 1:

$$f\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{1}{2}b = 1.$$

Mettendo a sistema entrambe le condizioni trovate, risulta:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b = 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{1}{2}b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3}b \\ 3b - b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 1 \end{cases}$$

La funzione diventa quindi:

$$f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x.$$

Con il metodo dell'angolo aggiunto, si può scrivere:

$$f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$$

che ha come periodo $T = 2\pi$.