

- 3** Un foglio di carta deve contenere: un'area di stampa di 50 cm^2 , margini superiore e inferiore di 4 cm e margini laterali di 2 cm. Quali sono le dimensioni del foglio di carta di area minima che si può utilizzare?

3 Nella figura 13 è rappresentato il foglio di carta $ABCD$ con area di stampa $A'B'C'D'$.

Posto $\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$, risulta:

$$\overline{A'B'} = x - 8,$$

$$\overline{B'C'} = y - 4.$$

Imponiamo che l'area di stampa sia 50 cm^2 ; risulta allora:

$$(x-8)(y-4) = 50 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{4x+18}{x-8}.$$

Pertanto la superficie del foglio vale:

$$\text{Area}(ABCD) = xy = \frac{4x^2 + 18x}{x-8}.$$

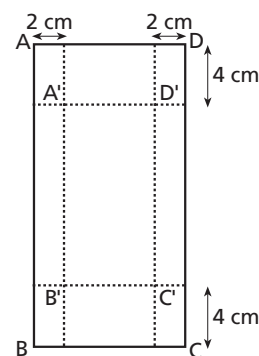
Tale area è funzione di x . La funzione da minimizzare è quindi:

$$A(x) = \frac{4x^2 + 18x}{x-8}.$$

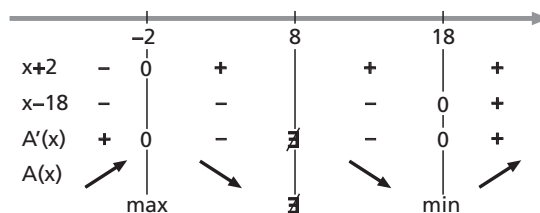
Calcoliamo la derivata prima e studiamo il suo segno.

$$A'(x) = \frac{(18+8x)(x-8) - (18+4x^2)}{(x-8)^2} = \frac{4(x+2)(x-18)}{(x-8)^2}.$$

Dalla figura 14, risulta che l'area è minima per $x=18$ e in tal caso vale $y=9$.
Il foglio di carta di superficie minima ha dimensioni 18 cm e 9 cm.



► **Figura 13.**



▲ **Figura 14.**