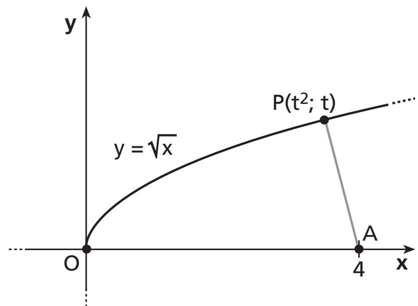
2 Si trovi il punto della curva $y = \sqrt{x}$ più vicino al punto di coordinate (4; 0).

2 La funzione reale $y = \sqrt{x}$ ha dominio $[0; +\infty]$ e codominio $[0; +\infty]$; ha grafico corrispondente alla funzione di equazione $x = y^2$ con $y \geq 0$.

Si tratta di un ramo di parabola con vertice nell'origine degli assi cartesiani e asse di simmetria nell'asse delle ascisse (figura 11).

Considerato il punto $A(4; 0)$ e un generico punto $P(t^2; t)$, con $t \geq 0$, appartenente al ramo di parabola, determiniamo la distanza AP in funzione del parametro t:

$$AP = \sqrt{(4-t^2)^2 + t^2} = \sqrt{t^4 - 7t^2 + 16}.$$



▲ **Figura 11.**

Posto per semplicità $AP = d(t)$, studiamo gli estremanti di tale funzione calcolandone la derivata prima e il suo segno nell'intervallo $t \geq 0$:

$$d'(t) = \frac{2t^3 - 7t}{\sqrt{t^4 - 7t^2 + 16}},$$

$$d'(t) > 0 \quad \text{per } t > \sqrt{\frac{7}{2}},$$

$$d'(t) = 0 \quad \text{per } t = \sqrt{\frac{7}{2}},$$

$$d'(t) < 0 \quad \text{per } 0 < t < \sqrt{\frac{7}{2}}.$$

Risulta allora che la distanza $d(t)$ è minima per $t = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Il corrispondente punto $\overline{P}$ sulla curva la cui distanza dal punto A è minima, ha coordinate $\overline{P}\left(\frac{7}{2}; \frac{\sqrt{14}}{2}\right)$.