

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO DI ORDINAMENTO • 2012**

**4** Qual è la capacità massima, in litri, di un cono di apotema 1 metro?

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2012

**4** Consideriamo un cono circolare retto (figura 12), sia  $x$  l'altezza,  $r$  il raggio del cerchio di base e  $a = 1$  m l'apotema. Omettendo l'unità di misura, il raggio  $r$  e il volume  $V$  del cono risultano rispettivamente:

$$r = \sqrt{a^2 - x^2} \rightarrow r = \sqrt{1 - x^2}, \text{ con } 0 < x < 1;$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 x = \frac{\pi}{3} (1 - x^2)x = \frac{\pi}{3} (x - x^3).$$

Consideriamo la funzione:

$$V(x) = \frac{\pi}{3} (x - x^3), \text{ con } 0 < x < 1,$$

e, per determinare il massimo, calcoliamo la sua derivata prima e studiamone il segno nell'intervallo dei limiti geometrici:

$$V'(x) = \frac{\pi}{3} (1 - 3x^2),$$

$$V'(x) = 0 \text{ per } x = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad V'(x) > 0 \text{ per } 0 < x < \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad V'(x) < 0 \text{ per } \frac{\sqrt{3}}{3} < x < 1.$$

Pertanto il volume del cono è massimo per  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$  e vale:

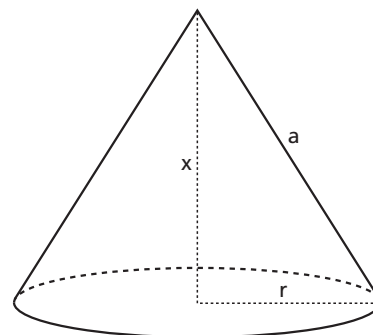
$$V_{\max} = V\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{3} \left(1 - \frac{1}{3}\right) \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{27}.$$

Esprimiamo nuovamente le unità di misura e approssimiamo il valore:

$$V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{27} \text{ m}^3 \approx 0,403067 \text{ m}^3,$$

poiché  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ , risulta:

$$V_{\max} \approx 403,067 \text{ L}.$$



▲ Figura 12.